

2014年医学部第3問

3 a を正の実数とする. 放物線 $y^2 = 4ax$ 上に2点 $O(0, 0)$ と $A(x_1, y_1)$ をとる. $y_1 > 0$ として, 以下の問いに答えよ.

(1) $\alpha > 0$ として, 関数 $F(t)$ を

$$F(t) = \frac{1}{2} \{t\sqrt{t^2 + \alpha} + \alpha \log(t + \sqrt{t^2 + \alpha})\}$$

とおく. 導関数 $F'(t)$ を求めよ.

(2) 点 O から点 A までの曲線の長さ L を x_1 の関数として表せ. ただし, $x = 0$ で値が発散する関数 $g(x)$ については

$$\int_0^a g(x) dx = \lim_{s \rightarrow +0} \int_s^a g(x) dx$$

と解釈する ($a > s > 0$).