東京女子大学

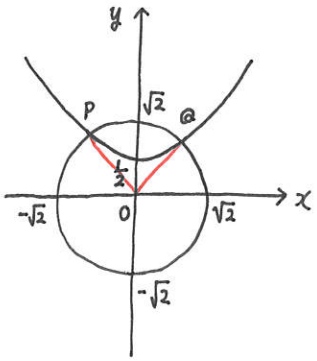
2013年 現代教養 第1問

数理 石井K

1 座標平面における放物線 $C_1 : y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$，および円 $C_2 : x^2 + y^2 = 2$ について，以下の設問に答えよ．

(1) C_1 と C_2 の交点を P，Q とするとき，$\angle POQ$ を求めよ．ただし，O は座標平面における原点をあらわす．

(2) C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積を求めよ．



(1) $x^2 = 2 - y^2$ を $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$ に代入して，

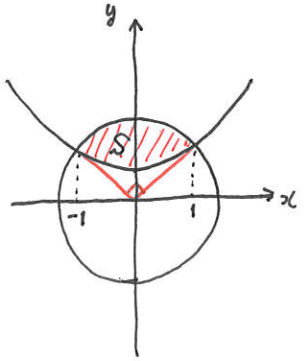
$y = 1 - \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}$

$\therefore y^2 + 2y - 3 = 0$

$\therefore (y+3)(y-1) = 0$

右のグラフより交点の y 座標は $\frac{1}{2}$ より大きいので $y = 1$

$\therefore$ 交点は $(-1, 1)$，$(1, 1)$ $\therefore \underline{\angle POQ = 90^\circ}$ //



(2) 求める面積を S とおくと，

S は円の $\frac{1}{4}$ から，C_1 と $y = x$，$y = -x$ で囲まれた部分の面積を引けばよいので，

$S = \frac{1}{4}\pi \cdot (\sqrt{2})^2 - 2\int_0^1 \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2} - x \, dx$

$= \frac{1}{4}\pi - \left[\frac{x^3}{3} + x - x^2\right]_0^1$

$= \underline{\frac{\pi}{4} - \frac{1}{3}}$ //