



2011年第2問

2 関数  $f(x) = e^x$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 原点から  $y = f(x)$  のグラフへ引いた接線の方程式を求めよ。
- (2) (1) の接線の接点を  $P_1$  とする。点  $P_1$  から  $x$  軸に下ろした垂線と  $x$  軸との交点を  $A_1(a_1, 0)$  とする。このとき、点  $A_1$  から  $y = f(x)$  のグラフへ引いた接線の方程式を求めよ。
- (3) (2) の接線の接点を  $P_2$  とする。点  $P_2$  から  $x$  軸に下ろした垂線と  $x$  軸との交点を  $A_2(a_2, 0)$  とする。このとき、点  $A_2$  から  $y = f(x)$  のグラフへ接線を引き、その接点を  $P_3$  とする。さらに、点  $P_3$  から  $x$  軸に下ろした垂線と  $x$  軸との交点を  $A_3(a_3, 0)$  とする。このようにして、次々に  $x$  軸上の点  $A_1(a_1, 0)$ ,  $A_2(a_2, 0)$ ,  $A_3(a_3, 0)$ ,  $\dots$  を得る。このとき、数列  $a_1, a_2, a_3, \dots$  の一般項  $a_n$  を推定し、その推定が正しいことを数学的帰納法で証明せよ。