秋田大学

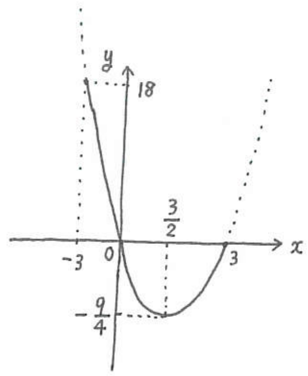
2016 年 教育文化（理数を除く） 第 2 問

$\boxed{2}$ $f(x)=x^2-3x$ とする．次の問いに答えよ．

(1) $-3\leqq x\leqq 3$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ．

(2) 点 $(3,\ -4)$ から放物線 $y=f(x)$ に引いた接線の方程式を求めよ．

(3) 放物線 $y=f(x)$ と (2) の接線で囲まれた図形の面積を求めよ．



(1) $f(x)=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

∴ 右のグラフより．

$f(x)$ の最大値は 18 ($x=-3$ のとき)，最小値は $-\frac{9}{4}$ ($x=\frac{3}{2}$ のとき) //

(2) 接点を $(t,\ t^2-3t)$ とおくと，$f'(x)=2x-3$ より

接線の傾きは，$2t-3$ となるので 接線の方程式は，

$y=(2t-3)(x-t)+t^2-3t$

∴ $y=(2t-3)x-t^2$ ⋯ (*)

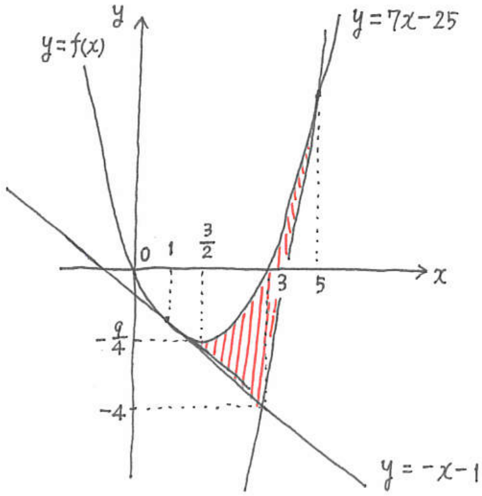
これが $(3,-4)$ を通るので，$-4=6t-9-t^2$

∴ $t^2-6t+5=0$

∴ $(t-5)(t-1)=0$

∴ $t=1,\ 5$

(*) に代入して，$y=-x-1$，$y=7x-25$ //



(3) $y=f(x)$ と $y=-x-1$ の接点は $(1,-2)$，

$y=f(x)$ と $y=7x-25$ の接点は $(5,\ 10)$．

2つの接線の交点は $(3,-4)$ より右の図になる．

$$\therefore S=\int_1^3 x^2-3x-(-x-1)\,dx+\int_3^5 x^2-3x-(7x-25)\,dx$$

$$=\int_1^3 (x-1)^2\,dx+\int_3^5 (x-5)^2\,dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}(x-1)^3\right]_1^3+\left[\frac{1}{3}(x-5)^3\right]_3^5$$

$$=\frac{8}{3}+\frac{8}{3}$$

$$=\frac{16}{3}$$ //