

2016年学芸(数学)第3問

3 空間内の異なる4点  $O, A, B, C$  は同一平面上にないとし,  $OA \perp AB, OA \perp AC, OB \perp BC$  とする.  
 また,  $\vec{a} = \vec{OA}, \vec{b} = \vec{OB}, \vec{c} = \vec{OC}$  とする.

- (1)  $|\vec{a}|^2 = \vec{a} \cdot \vec{b}, |\vec{a}|^2 = \vec{a} \cdot \vec{c}, |\vec{b}|^2 = \vec{b} \cdot \vec{c}$  であることを示せ.
- (2)  $A$  から直線  $OB$  へ下ろした垂線を  $AB'$ ,  $A$  から直線  $OC$  へ下ろした垂線を  $AC'$  とし,  $\vec{OB'} = k\vec{b}, \vec{OC'} = l\vec{c}$  とする.  $|\vec{a}|^2 = k|\vec{b}|^2 = l|\vec{c}|^2$  であることを示せ.
- (3)  $\angle B'AC' = \theta$  とするとき,  $\cos \theta$  を  $k, l$  を用いて表せ.