

2014年医学部第3問

3  $a$  を正の実数とする. 放物線  $y^2 = 4ax$  上に2点  $O(0, 0)$  と  $A(x_1, y_1)$  をとる.  $y_1 > 0$  として, 以下の問いに答えよ.

(1)  $\alpha > 0$  として, 関数  $F(t)$  を

$$F(t) = \frac{1}{2} \{t\sqrt{t^2 + \alpha} + \alpha \log(t + \sqrt{t^2 + \alpha})\}$$

とおく. 導関数  $F'(t)$  を求めよ.

(2) 点  $O$  から点  $A$  までの曲線の長さ  $L$  を  $x_1$  の関数として表せ. ただし,  $x = 0$  で値が発散する関数  $g(x)$  については

$$\int_0^a g(x) dx = \lim_{s \rightarrow +0} \int_s^a g(x) dx$$

と解釈する ( $a > s > 0$ ).