

2011年理工B方式第5問

5 曲線  $y = e^{-x}$  上の点  $(1, e^{-1})$  における接線と  $x$  軸の交点を  $(a_1, 0)$  とする. 次に,  $y = e^{-x}$  上の点  $(a_1, e^{-a_1})$  における接線と  $x$  軸の交点を  $(a_2, 0)$  とする. 以下, 同様に  $a_n$  ( $n = 3, 4, 5, \dots$ ) を定める. 次の問に答えよ.

(1)  $a_1$  を求めよ.

(2)  $a_n$  を求めよ.

(3) 曲線上の点  $(a_n, e^{-a_n})$  における接線と, 直線  $x = a_n$  および  $x$  軸で囲まれた三角形の面積を  $S_n$  とする.  
 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$  を求めよ.