京都工芸繊維大学

2012 年 工芸科学 第 2 問

$\boxed{2}$ xyz 空間内に四面体 PABC がある．△ABC は xy 平面内にある鋭角三角形とし，頂点 P の z 座標は正とする．P から xy 平面に下ろした垂線を PH とし，H は △ABC の内部にあるとする．H から直線 AB，BC，CA に下ろした垂線をそれぞれ $\mathrm{HK_1}$，$\mathrm{HK_2}$，$\mathrm{HK_3}$ とする．そのとき $\mathrm{PK_1} \perp \mathrm{AB}$，$\mathrm{PK_2} \perp \mathrm{BC}$，$\mathrm{PK_3} \perp \mathrm{CA}$ である．$\angle \mathrm{PK_1H} = \alpha_1$，$\angle \mathrm{PK_2H} = \alpha_2$，$\angle \mathrm{PK_3H} = \alpha_3$ とし，△PAB，△PBC，△PCA の面積をそれぞれ S_1，S_2，S_3 とする．

(1) △HAB の面積を α_1，S_1 を用いて表せ．

(2) 3 つのベクトル $\overrightarrow{l_1}$，$\overrightarrow{l_2}$，$\overrightarrow{l_3}$ は，大きさがそれぞれ S_1，S_2，S_3 であり，向きがそれぞれ平面 PAB，平面 PBC，平面 PCA に垂直であるとする．ただし，$\overrightarrow{l_1}$，$\overrightarrow{l_2}$，$\overrightarrow{l_3}$ の z 成分はすべて正とする．このとき，$\overrightarrow{l_1} + \overrightarrow{l_2} + \overrightarrow{l_3}$ の z 成分は △ABC の面積に等しいことを示せ．

(3) 3 辺 AB，BC，CA の長さの比 AB : BC : CA を，α_1，α_2，α_3，S_1，S_2，S_3 を用いて表せ．