



2010年文系第4問

4 原点  $O$  を中心として半径  $1$  の円の第  $1$  象限の部分  $C$  について考える.  $C$  上に  $3$  点  $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ,  $P(1, 0)$ ,  $Q(0, 1)$  をとる.  $s+t=1$  を満たす  $s, t$  ( $0 < s < 1$ ,  $0 < t < 1$ ) に対し, 弧  $AQ$  上に点  $X$  を  $2$  つのベクトル

$$s^2 \vec{OA} - s \vec{OX}, \quad t \vec{OA} - t^2 \vec{OX}$$

が垂直になるようにとる. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $\vec{OA}$  と  $\vec{OX}$  のなす角を  $\theta$  とするとき,  $\cos \theta$  を  $t$  を用いて表せ.
- (2)  $\cos \theta$  のとり得る値の範囲を求めよ.
- (3)  $\triangle OAX$  の面積の最大値を求めよ.