



2014年 経済学部 第3問

3  $xy$  平面上に、円  $C: x^2 + y^2 = 1$ ,  $C$  上に点  $A\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ , および  $C$  の外に点  $B\left(\frac{3\sqrt{5}}{5}, -\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$  をとる。次の間に答えよ。

- (1)  $A$  における接線の方程式を求めよ。  
 (2)  $B$  から  $C$  に引いた接線の傾きを求めよ。  
 (3)  $B$  から  $C$  に引いた2本の接線の接点をそれぞれ  $P, Q$  とする。直線  $PQ$  の方程式を求めよ。

$$(1) \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y = 1 \quad \therefore \underline{x + \sqrt{3}y - 2 = 0}$$

(2) 接点を  $(x_0, y_0)$  とおくと、これは円  $C$  上の点より。

$$x_0^2 + y_0^2 = 1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

このとき接線は、

$$x_0x + y_0y = 1 \quad \text{これが } B \text{ を通るので, } \frac{3\sqrt{5}}{5}x_0 - \frac{\sqrt{5}}{5}y_0 = 1$$

... (\*)

$$\therefore y_0 = 3x_0 - \sqrt{5} \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } x_0^2 + (3x_0 - \sqrt{5})^2 = 1$$

$$\therefore 10x_0^2 - 6\sqrt{5}x_0 + 4 = 0$$

$$\therefore (\sqrt{5}x_0 - 1)(\sqrt{5}x_0 - 2) = 0 \quad \therefore x_0 = \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore (x_0, y_0) = \left(\frac{\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5}\right), \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5}\right)$$

$$(*) \text{ に代入して, 接線は, } y = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{5}}{2}, \quad y = -2x + \sqrt{5}$$

$$\therefore \underline{\text{傾きは } \frac{1}{2}, -2}$$

(3). (2) より, 接点は  $\left(\frac{\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5}\right), \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5}\right)$

$$\therefore PQ: y = \frac{\frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{2\sqrt{5}}{5}}{\frac{2\sqrt{5}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{5}} \left(x - \frac{\sqrt{5}}{5}\right) - \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore \underline{y = 3x - \sqrt{5}}$$