愛知教育大学

2013年 第7問

$\boxed{7}$ 2つの実数 a，b は $|2a|-2<b<2$ をみたしている．このとき，x の4次方程式

$$x^4+ax^3+bx^2+ax+1=0 \qquad \cdots\cdots(*)$$

を考える．

(1) $x \neq 0$ とする．$z=x+\dfrac{1}{x}$ とおくとき，方程式 $(*)$ を z で表せ．

(2) (1) で求めた z の方程式の解は，すべて絶対値が2以下の実数であることを示せ．

(3) 複素数 $\alpha=p+qi$（p，q は実数）に対し，$\sqrt{p^2+q^2}$ を複素数 α の「大きさ」ということにする．ただし i は虚数単位を表す．このとき，4次方程式 $(*)$ の解はすべて虚数で，それらの大きさはすべて1であることを示せ．