2012 年 歯・薬学部（前期）第 4 問

数理 石米K

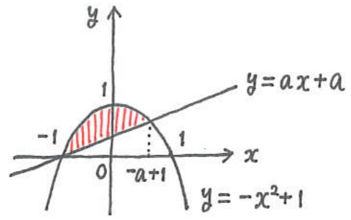
4 放物線 $y=-x^2+1$ と，直線 $y=ax+a$ に囲まれた図形の面積 S を求めなさい．

$ax+a-(-x^2+1)=0$ を解く

$x^2+ax+a-1=0$

$\therefore\ (x+1)(x+a-1)=0$

$\therefore$ 交点の x 座標は $-1,\ -a+1$



(i) $a<2$ のとき.

(i) $-1<-a+1$ すなわち，$a<2$ のとき.

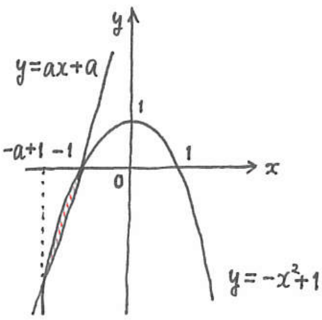
$$S=\int_{-1}^{-a+1}-x^2+1-(ax+a)\,dx$$

$$=-\int_{-1}^{-a+1}(x+1)\{x-(-a+1)\}\,dx$$

$\frac{1}{6}$ 公式

$$=\frac{1}{6}(-a+1+1)^3$$

$$=\frac{1}{6}(2-a)^3$$



(ii) $-1\geqq -a+1$ すなわち，$a\geqq 2$ のとき.

$$S=\int_{-a+1}^{-1}-x^2+1-(ax+a)\,dx$$

$$=-\int_{-a+1}^{-1}(x+1)\{x-(-a+1)\}\,dx$$

$\frac{1}{6}$ 公式

$$=\frac{1}{6}\{-1-(-a+1)\}^3$$

$$=\frac{1}{6}(a-2)^3$$

(i)，(ii) より，

$$S=\begin{cases}\frac{1}{6}(2-a)^3 & (a<2\text{ のとき})\\ \frac{1}{6}(a-2)^3 & (a\geqq 2\text{ のとき})\end{cases}$$

—— //