

2015年 第2問

2 円  $C$  上に異なる 2 点  $P, Q$  をとり、点  $P$  における  $C$  の接線  $l$  と点  $Q$  における  $C$  の接線  $m$  が交わっているとする。  $l$  と  $m$  の交点を  $R$  とし、  $R$  とは異なる  $m$  上の点  $S$  を  $QR = QS$  を満たすように定める。 また、 2 点  $P, S$  を通る直線と円  $C$  との交点で  $P$  とは異なる点を  $T$  とする。 さらに、  $Q$  を中心に  $T$  を  $180^\circ$  回転した点を  $T'$  とする。

(1) 4 点  $P, Q, T', R$  が同一円周上にあることを示せ。

(2)  $QP = \sqrt{10}$ ,  $PR = \sqrt{5}$ ,  $RT' = 1$ ,  $T'Q = \sqrt{2}$  のとき、  $\angle QPR$  の大きさを求めよ。 さらに、 四角形  $PQT'R$  の面積を求めよ。