

2012年 第2問

2 三角形 ABC において $\angle A = \theta$, $\angle B = 2\theta$ であるとする. このとき, 以下の問いに答えよ. ただし, $[\cdot]$ はベクトルの内積を表す.

(1) $\frac{|\vec{AC}|}{|\vec{BC}|}$ を, $\cos \theta$ を用いて表せ.

(2) 次式が最大となるときの $\cos \theta$ を求めよ.

$$\frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| |\vec{AC}|} + \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| |\vec{BC}|} + \frac{\vec{CB} \cdot \vec{CA}}{|\vec{CB}| |\vec{CA}|}$$

(3) $\angle B$ の二等分線と辺 AC との交点を D としたとき, 次式を満たす θ を求めよ.

$$\frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| |\vec{AC}|} + \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| |\vec{BC}|} + \frac{\vec{CB} \cdot \vec{CA}}{|\vec{CB}| |\vec{CA}|} = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AD}}{|\vec{AB}| |\vec{AD}|} + \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BD}}{|\vec{BA}| |\vec{BD}|} + \frac{\vec{DB} \cdot \vec{DA}}{|\vec{DB}| |\vec{DA}|}$$