

2015年第2問

2 $\triangle ABC$ の頂点を移動する点Pがあり、初め頂点Aにいる。その後、1秒毎に、以下の規則に従ってその位置を変化させる。

- (i) 頂点Aにいるときは、確率 $\frac{1}{2}$ で頂点Bに移るか、確率 $\frac{1}{2}$ で頂点Cに移る。
- (ii) 頂点Bにいるときは、確率 $\frac{1}{2}$ で頂点Aに移るか、確率 $\frac{1}{4}$ で頂点Bにとどまるか、確率 $\frac{1}{4}$ で頂点Cに移る。
- (iii) 頂点Cにいるときは、確率 $\frac{1}{2}$ で頂点Aに移るか、確率 $\frac{1}{4}$ で頂点Bへ移るか、確率 $\frac{1}{4}$ で頂点Cにとどまる。

初め頂点Aにいた点Pが n 秒後に頂点A、頂点Bにいる確率をそれぞれ p_n 、 q_n とする。以下の問いに答えよ。

- (1) p_1 、 q_1 、 p_2 、 q_2 を求めよ。
- (2) p_{n+1} 、 q_{n+1} をそれぞれ p_n の式で表せ。
- (3) p_n 、 q_n をそれぞれ n の式で表せ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ 、 $\lim_{n \rightarrow \infty} q_n$ をそれぞれ求めよ。