

2014年 第1問

1 1から5までの5つの自然数のうち、いずれかの1つの数字が確率的に表示される3つの装置A, B, Cがある. 各装置A, B, Cで数字 n ($1 \leq n \leq 5$)が表示される確率をそれぞれ $P_A(n)$, $P_B(n)$, $P_C(n)$ とし,

$$\sum_{n=1}^5 P_A(n) = \sum_{n=1}^5 P_B(n) = \sum_{n=1}^5 P_C(n) = 1$$

が成り立っている. a, b, c, k を実数とし, $f(n) = 2^{-(n-3)^2}$ とするとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) $P_A(n) = a \cdot f(n)$ であるとき, 装置Aで各数字が表示される確率と, 表示される数字の期待値を求めよ.
- (2) $P_B(n) = 2^{-2n+5} \cdot b \cdot f(n)$ であるとき, 装置Bと(1)で確率を求めた装置Aの表示が, 両方とも偶数である確率を求めよ.
- (3) $P_C(n) = 2^{-n^2+kn} \cdot c \cdot f(n)$ であり, (1)の $P_A(n)$ が最大となるときの n を m とする. このとき, $P_C(n)$ が最大となる n と m が等しくなる k の範囲を求めよ.