

2014年文・法第1問


 数理
石井K
1 x を実数とするとき、以下の間に答えよ。(1) $3^x + 3^{-x}$ のとりうる値の範囲は、 $3^x + 3^{-x} \geq$ ア ² である。(2) $\frac{10}{3}(3^x + 3^{-x}) - (9^x + 9^{-x}) - \frac{4}{3}$ の最大値は、 $x =$ イ ₀ のとき、 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ ¹⁰ ₃ である。(1) $3^x > 0, 3^{-x} > 0$ \therefore 相加・相乗平均の関係より

$$3^x + 3^{-x} \geq 2\sqrt{3^x \cdot 3^{-x}}$$

$$= 2$$

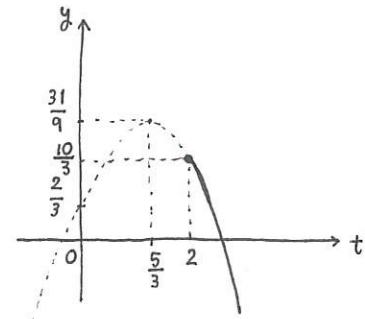
等号成立は $x=0$ のとき。 $\therefore \underline{3^x + 3^{-x} \geq 2}$ //(2) $y = \frac{10}{3}(3^x + 3^{-x}) - (9^x + 9^{-x}) - \frac{4}{3}$, $t = 3^x + 3^{-x}$ とおくと。

$$y = \frac{10}{3}t - (t^2 - 2) - \frac{4}{3}$$

$$= -t^2 + \frac{10}{3}t + \frac{2}{3}$$

$$= -\left(t - \frac{5}{3}\right)^2 + \frac{25}{9} + \frac{2}{3}$$

$$= -\left(t - \frac{5}{3}\right)^2 + \frac{31}{9}$$

 $t \geq 2$ より右のグラフになる \therefore 最大値は $t=2$ すなわち $x=0$ のとき $\underline{\frac{10}{3}}$ //