0001522637748999

# 名城大学

2013年 農学部 第2問

数理 石井K

2 点A$(-1,\ 2)$を通り傾きが$m$の直線$\ell$と放物線$C: y=x^2$に対し，次の各問に答えよ．

(1) 直線$\ell$の方程式を求めよ．

(2) $C$と$\ell$の2つの共有点の$x$座標を$\alpha$，$\beta$ $(\alpha<\beta)$とするとき，差$\beta-\alpha$を$m$を用いて表せ．

(3) $\ell$と$C$で囲まれた図形の面積の最小値と，そのときの$m$の値を求めよ．

(1) $\ell: y=m(x+1)+2$ 　$\therefore \ell: y=mx+m+2$ //

(2) $x^2-(mx+m+2)=0$ より．

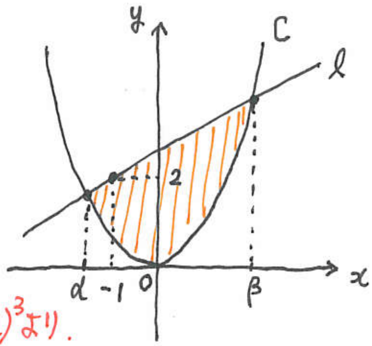
$x^2-mx-m-2=0$

解と係数の関係より．$\alpha+\beta=m$，$\alpha\beta=-m-2$

$$\therefore (\beta-\alpha)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$$
$$=m^2-4(-m-2)$$
$$=m^2+4m+8$$

ここで $\alpha<\beta$ より，$\beta-\alpha>0$ 　$\therefore \beta-\alpha=\sqrt{m^2+4m+8}$ //

(3) 面積を$S(m)$とおくと，右のグラフより




$$S(m)=\int_\alpha^\beta mx+m+2-x^2\,dx$$
$$=-\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)\,dx$$

$\frac{1}{6}$公式

$\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)\,dx=-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$より．

$$=\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$$

(2) より

$$=\frac{1}{6}(m^2+4m+8)^{\frac{3}{2}}$$
$$=\frac{1}{6}\left\{(m+2)^2+4\right\}^{\frac{3}{2}}$$

$\therefore S(m)$の最小値は $\frac{4}{3}$ ($m=-2$のとき) //