

2011年第15問



15 2点(1, 4), (2, 5)を通り,  $y$ 軸に接する円は2つ存在する. それぞれの円の半径を  $a, b$  とするとき,  $ab$  の値を求めよ.

(1, 4), (2, 5) を通り  $y$  軸に接する円は.

$$(x-r)^2 + (y-s)^2 = r^2 \text{ と表せる.}$$

$$\therefore x^2 - 2rx + (y-s)^2 = 0$$

$$(1, 4) \text{ を通るので, } 1 - 2r + (4-s)^2 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$(2, 5) \text{ を } \quad 4 - 4r + (5-s)^2 = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \text{ より, } -2 + 2(4-s)^2 - (5-s)^2 = 0$$

$$\therefore -2 + 32 - 16s + 2s^2 - 25 + 10s - s^2 = 0$$

$$s^2 - 6s + 5 = 0$$

$$\therefore (s-5)(s-1) = 0 \quad \therefore s = 1.5$$

$$\textcircled{1} \text{ より, } 1 - 2r + 9 = 0, \quad 1 - 2r + 1 = 0 \quad \therefore r = 5, 1$$

$$\therefore \underline{ab = 5}$$