

2012年 歯・薬学部 (前期) 第2問

2 図のように、円 $x^2 + y^2 = m^2$ (ただし、 $m \geq 1$) と、直線 $y = x$ および直線 $y = -x + 1$ の交点をそれぞれ、A, B, C, D とする。次の値を m を用いて求めなさい。

- (1) $\cos \angle AOB$
 (2) BD の長さ
 (3) 四角形 ABCD の面積 S

(1) 2直線の交点を求めると、

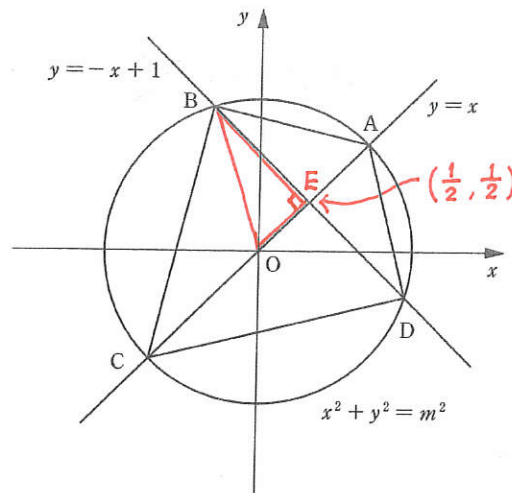
$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ であるから、

この点を E とおくと、

$\angle OEB = 90^\circ$ より、

$\triangle OEB$ を考えることにより、

$$\begin{aligned} \cos \angle AOB &= \frac{OE}{OB} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{m} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2m} \end{aligned}$$



(2) 四角形 ABCD は $y = x$ に関して対称より、 $BD = 2BE$

$\triangle OEB$ において、三平方の定理より、

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + BE^2 = m^2 \quad \therefore BE = \sqrt{m^2 - \frac{1}{2}}$$

$$\therefore BD = 2\sqrt{m^2 - \frac{1}{2}} = \sqrt{4m^2 - 2}$$

(3) $AC \perp BD$ より、

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BD$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot \sqrt{4m^2 - 2} \quad \leftarrow AC \text{ は円の直径}$$

$$= m\sqrt{4m^2 - 2}$$

円の中心を通るので