0001739630628999

愛知学院大学

2012年 文系 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 次の問いに答えよ．

(1) 加法定理 $\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$（複号同順）を用いて，

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2}(\cos(x-y) - \cos(x+y))$$

を証明しなさい．

(2) $x + y = \pi$，$\dfrac{\pi}{4} \leqq x \leqq \dfrac{2}{3}\pi$ のとき，$\sin x \sin y$ の最大値，最小値とそのときの x の値を求めなさい．

(1) $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$ …①

$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$ …②

②−① より，$\cos(x-y) - \cos(x+y) = 2\sin x \sin y$

$\therefore \sin x \sin y = \frac{1}{2}\{\cos(x-y) - \cos(x+y)\}$ ▨

(2) (1)の式より，

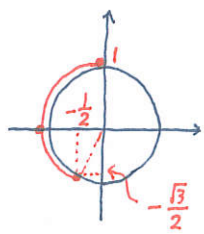
$\sin x \sin y = \frac{1}{2}\{\cos(x-y) - \cos\pi\}$

ここで，$y = \pi - x$，$\cos\pi = -1$ より，

$\sin x \sin y = \frac{1}{2}\{\cos(2x-\pi) + 1\}$

$= \frac{1}{2}(-\cos 2x + 1)$

$\frac{\pi}{4} \leqq x \leqq \frac{2}{3}\pi$ より，$\frac{\pi}{2} \leqq 2x \leqq \frac{4}{3}\pi$ なので



$-1 \leqq \cos 2x \leqq 0$

$\therefore$ 最大値 1 $\left(x = \frac{\pi}{2}\right)$

最小値 $\frac{1}{2}$ $\left(x = \frac{\pi}{4}\right)$ //