

2014年 歯・薬学部 (中期) 第1問

1 次の問いに答えよ。

(1) $\log_3 x + \log_2 y = 4$, $\log_3 x \cdot \log_2 y = 3$ のとき

$$(x, y) = (\overset{3}{\text{ア}}, \overset{8}{\text{イ}}), (\overset{27}{\text{ウエ}}, \overset{2}{\text{オ}})$$

である。

(2) 方程式 $\log_2(x-2) + \log_2(x+1) = 2$ の解は $x = \overset{3}{\text{カ}}$ である。(3) 方程式 $\log_4 x^2 - \log_2 x\sqrt{x} + \log_{16} x^3 = 1$ の解は $x = \overset{16}{\text{キク}}$ である。(1) 解と係数の関係より, $\log_3 x$ と $\log_2 y$ は

$$t^2 - 4t + 3 = 0 \text{ の解である}$$

$$\therefore (t-1)(t-3) = 0 \text{ より, } t = 1, 3$$

$$\therefore \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_2 y = 3 \end{cases} \text{ または } \begin{cases} \log_3 x = 3 \\ \log_2 y = 1 \end{cases}$$

$$\text{よって, } \underline{(x, y) = (3, 8), (27, 2)} \text{ ,,}$$

(2) 真数条件より, $x-2 > 0$ かつ $x+1 > 0 \therefore x > 2 \cdots \textcircled{1}$

$$\text{このとき, } \log_2(x-2)(x+1) = \log_2 4$$

$$\therefore (x-2)(x+1) = 4$$

$$\therefore x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+2) = 0 \quad \therefore \textcircled{1} \text{ より, } \underline{x = 3} \text{ ,,}$$

(3) 真数条件より, $x > 0 \cdots \textcircled{2}$

底の変換公式より,

$$\frac{\log_2 x^2}{\log_2 4} - \log_2 x^{\frac{3}{2}} + \frac{\log_2 x^3}{\log_2 16} = 1$$

$$\therefore \frac{1}{2} \log_2 x^2 - \log_2 x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{4} \log_2 x^3 = 1$$

$$\therefore \log_2 x - \frac{3}{2} \log_2 x + \frac{3}{4} \log_2 x = 1$$

$$\therefore \log_2 x = 4 \quad \therefore x = 2^4 = \underline{16} \text{ ,,} \quad \text{これは } \textcircled{2} \text{ をみたす.}$$