

2011年 歯・薬学部 (中期) 第2問



2 3つの実数 x, y, z ($x < y < z$) において, $x + y + z = 22$, $x^2 + y^2 + z^2 = 174$, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{31}{70}$ である. これらの実数 x, y, z を求めると

$$x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{5}}, \quad y = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{7}}, \quad z = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{10}}$$

である.

$$\begin{aligned} xy + yz + zx &= \frac{1}{2} \{ (x+y+z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2) \} \\ &= \frac{1}{2} (22^2 - 174) \\ &= 155 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{xy + yz + zx}{xyz} \quad \text{より,} \quad \frac{31}{70} = \frac{155}{xyz} \quad \therefore xyz = 350$$

$\therefore x, y, z$ は 次の方程式の解である. \leftarrow 解と係数の関係より.

$$t^3 - 22t^2 + 155t - 350 = 0$$

$$(t-5)(t^2 - 17t + 70) = 0$$

$$\therefore (t-5)(t-7)(t-10) = 0$$

$x < y < z$ より.

$$\underline{x=5, y=7, z=10}$$

$$\begin{array}{r} t^2 - 17t + 70 \\ t-5 \overline{) t^3 - 22t^2 + 155t - 350} \\ \underline{t^3 - 5t^2} \\ -17t^2 + 155t \\ \underline{-17t^2 + 85t} \\ 70t - 350 \\ \underline{70t - 350} \\ 0 \end{array}$$